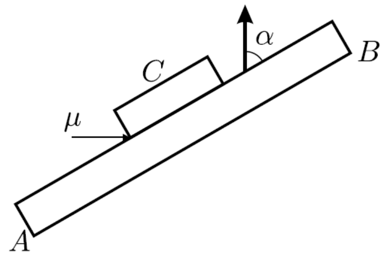
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике. 10-11 класс. 2013-2014 учебный год

Задача 1.

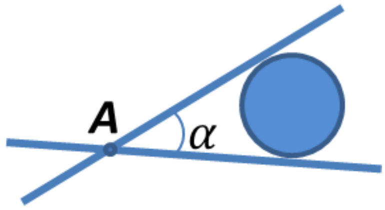
Глубину колодца хотят измерить с точностью 5%, бросая камень и замечая время τ, через которое будет слышен всплеск. Начиная с каких значений τ необходимо учитывать время прохождения звука? Скорость звука в воздухе c=330м/с.

Задача 2. На горизонтальном шероховатом столе лежат длинная линейка AB и ластик C. Линейку двигают равномерно и поступательно в направлении, показанном стрелкой на рисунке (вид сверху), и перемещают на расстояние H. Угол между линейкой и этим направлением равен α. Найдите величину и направление перемещения ластика относительно стола. Коэффициент трения ластика о линейку равен μ.



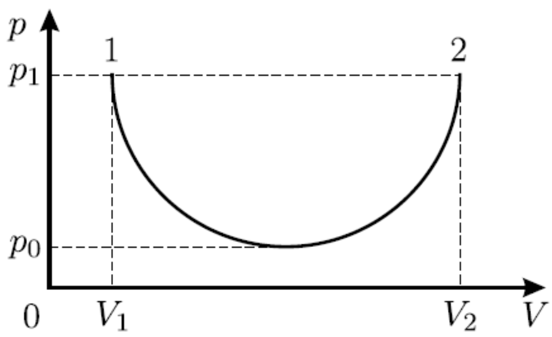
Задача 3.

На гладкой горизонтальной поверхности находится жёсткий диск. Двумя стержнями, шарнирно закреплёнными в точке A (ножницами), диск начинают сдвигать, сдавливая стержни. Когда угол между стержнями оказался равным α, диск «заклинило», то есть он перестал двигаться, при любом усилии, прикладываемом к стержням. Найдите коэффициент трения между диском и стержнями.



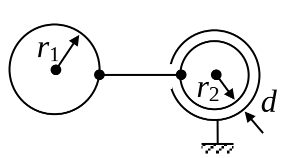
Задача 4.

Идеальный одноатомный газ совершает работу в квазистатическом процессе 1–2, который изображается на pV –диаграмме полуокружностью. Найдите суммарное количество теплоты, полученное и отданное газом в ходе этого процесса. Значения V_1, V_2, p_0, p_1 считайте известными.



Задача 5.

Два металлических шара радиусы которых r_1 и r_2 соединены тонкой проволокой. Второй шар окружён концентрической проводящей оболочкой, находящейся на расстоянии d от его поверхности, и соединённой с землёй. Шарам сообщается заряд Q. Как распределится этот заряд между шарами? Считать, что d << r_2, и расстояние между шарами значительно больше их радиусов.



Решения

Задача 1.

Глубину колодца хотят измерить с точностью 5%, бросая камень и замечая время τ, через которое будет слышен всплеск. Начиная с каких значений τ необходимо учитывать время прохождения звука? Скорость звука в воздухе с=330м/с.

Если не учитывать время прохождения звука, то получим, что глубина колодца равна

$$h_1 = \frac{g\tau^2}{2}.$$

При учёте времени прохождения звука $\tau = \tau_1 + \tau_2$, где $\tau_1 = \sqrt{2h/g}$ – время падения камня, а $\tau_2 = h/c$ – время прохождения звука (h – истинная глубина колодца):

$$\tau = \frac{h}{c} + \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (1)$$

Ошибка в измерении глубины колодца равна

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{h_1 - h}{h} = 0.05.$$

Отсюда

$$h = 0.95h_1 = 0.95\frac{g\tau^2}{2}.$$

Подставляя это выражение для h в выражение (1) и решая полученное уравнение, найдём

$$\tau = \frac{2\left(1 - \sqrt{0,95}\right)}{0,95}\frac{c}{g} \approx 1.77c.$$

Задача 2.

На горизонтальном шероховатом столе лежат длинная линейка AB и ластик C. Линейку двигают равномерно и поступательно в направлении, показанном стрелкой на рисунке (вид сверху), и перемещают на расстояние H. Угол между линейкой и этим направлением равен α. Найдите величину и направление перемещения ластика относительно стола. Коэффициент трения ластика о линейку равен μ.

Рассмотрим вначале случай, когда ластик проскальзывает по линейке. При этом со стороны линейки на него действуют сила реакции N и сила трения μN, что вызывает смещение ластика из точки *O* в точку *O'*. Обозначим угол между направлением перемещения ластика и линейкой через β. Тогда $\operatorname{tg}\beta = \frac{N}{\mu N} = \frac{1}{\mu}$.

Из треугольников *OAB* и *OO'B* искомое перемещение *OO'* равно

$$L = \frac{H\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

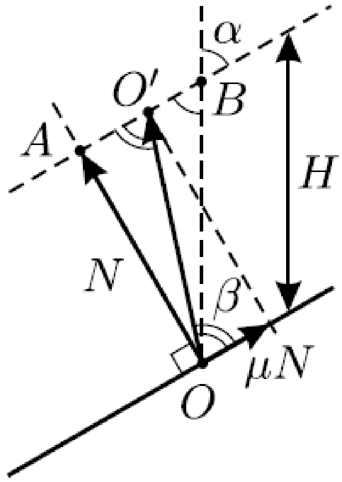
Но $\frac{1}{\sin\beta} = \sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\beta} = \sqrt{1+\mu^2}$. Тогда

$$L = H\sin\alpha\sqrt{1+\mu^2}$$

Такое движение возможно тогда, когда линия *OO’* лежит левее направления движения линейки *OB*: $tg\,\beta > \mathrm{tg}\,\alpha$, откуда

$$\frac{1}{\mu} > \mathrm{tg}\,\alpha, \qquad \mu < \mathrm{ctg}\,\alpha.$$

В случае $\mu > \mathrm{ctg}\,\alpha$ ластик не будет двигаться относительно линейки и сместится вместе с ней на расстояние *H*.



Задача 3.

На гладкой горизонтальной поверхности находится жёсткий диск. Двумя стержнями, шарнирно закреплёнными в точке A (ножницами), диск начинают сдвигать, сдавливая стержни. Когда угол между стержнями оказался равным α, диск «заклинило», то есть он перестал двигаться, при любом усилии, прикладываемом к стержням. Найдите коэффициент трения между диском и стержнями.

На диск со стороны стержней действуют силы нормальной реакции $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{тр.}$ Диск прекратит движение, когда

$$F_{тр}\cos\alpha/2 = N\sin\alpha/2\,.$$

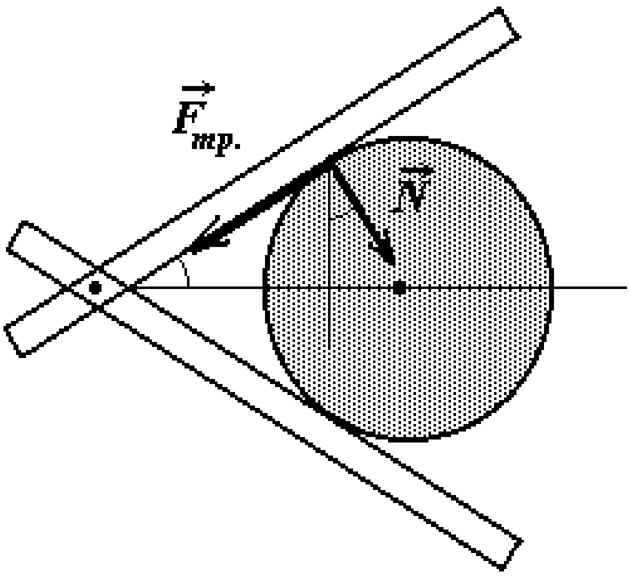
Учитывая, что

$$F_{тр} = \mu N\,,$$

найдём

$$\mu = tg\frac{\alpha}{2}.$$

Заметим, что ответ не зависит от значения силы $\vec{N}$, поэтому «заклинивание» диска произойдёт при данном угле при любом значении сил, действующих на стержни.



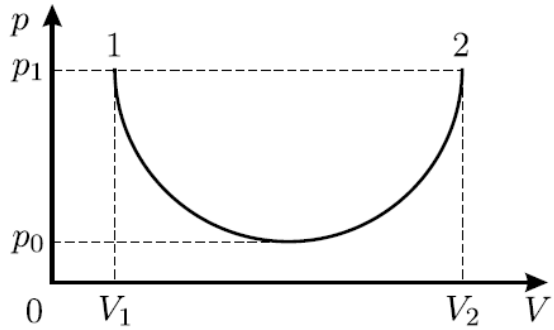
Задача 4.

Идеальный одноатомный газ совершает работу в квазистатическом процессе 1–2, который изображается на pV –диаграмме полуокружностью. Найдите суммарное количество теплоты, полученное и отданное газом в ходе этого процесса. Значения V_1, V_2, p_0, p_1 считайте известными.

Суммарное количество тепла, полученное и отданное газом, может быть найдено из первого начала термодинамики: $Q = \Delta U + A$. Работа A равна площади под графиком на pV –диаграмме:

$$\Delta A = p_1(V_2 - V_1) - \frac{1}{2}S$$

где S – площадь окружности. При вычислении работы площадь окружности следует искать, перемножая величины, имеющие соответствующие размерности. Это можно понять, представив, что мы изменили на pV–диаграмме масштаб одной из осей. Тогда график, изображающий процесс, превратится из полуокружности в участок эллипса, и при вычислении площади нужно будет вместо формулы $S = \pi r^2$, где r — радиус окружности, использовать формулу $S = \pi ab$, где a и b — размеры полуосей эллипса. В этом случае размерность будет учтена автоматически. В нашем случае:



$$S = \pi \frac{(V_2 - V_1)}{2} \frac{(p_1 - p_0)}{2}$$

$$\Delta A = p_1(V_2 - V_1) - \frac{1}{2}\pi \frac{(V_2 - V_1)}{2} \frac{(p_1 - p_0)}{2}$$

Изменение внутренней энергии равно:

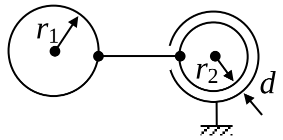
$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T = \frac{3}{2}\Delta(pV) = \frac{3}{2}p_1(V_2 - V_1)$$

Подставляя эти выражения в первое начало термодинамики, получим ответ:

$$\Delta Q = \left(\left(\frac{5}{2} - \frac{\pi}{8}\right)p_1 + \frac{\pi}{8}p_0\right)(V_2 - V_1).$$

Задача 5.

Два металлических шара радиусы которых r_1 и r_2 соединены тонкой проволокой. Второй шар окружён концентрической проводящей оболочкой, находящейся на расстоянии d от его поверхности, и соединённой с землёй. Шарам сообщается заряд Q. Как распределится этот заряд между шарами? Считать, что $d << r_2$, и расстояние между шарами значительно больше их радиусов.



Перераспределение зарядов (т.е. электрический ток) в любой системе прекратится после выравнивания потенциалов всех её частей. Строгий расчёт приведённой системы (с учётом электроёмкости провода, взаимного влияния и т. д.) в общем случае достаточно сложен, однако особенности данной схемы дают нам возможность считать, что взаимным влиянием шаров можно пренебречь, а на поверхности концентрической проводящей оболочки будет индуцирован заряд обратной по знаку и равный по модулю заряду Q_2 шара r_2 (как в плоском конденсаторе). Пусть заряд шара r_1 будет Q_1. Тогда по закону сохранения заряда:

$$Q = Q_1 + Q_2. \quad (1)$$

Потенциал φ_1 первого шара:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1}{r_1},$$

второго (по принципу суперпозиции потенциалов):

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_2}{r_2} - \frac{Q_2}{r_2 + d}\right) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{d}{r_2\left(r_2 + d\right)} \approx \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{d}{r_2^2}.$$

Из условия $\varphi_1 = \varphi_2$ получаем второе уравнение:

$$\frac{Q_1}{r_1} = \frac{Q_2}{r_2} \cdot \frac{d}{r_2}. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1)-(2) имеем:

$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{r_1 d}{r_1 d + r_2^2} Q \\ Q_2 = \dfrac{r_2^2}{r_1 d + r_2^2} Q. \end{cases} \quad (3)$$

Заметим, что при $d \to 0$ система (3) даёт:

$$\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_2 = Q, \end{cases} \quad (4)$$

что может быть прокомментировано следующим образом: электроёмкость сферического конденсатора значительно возрастает, что позволяет ему сконденсировать на себе практически весь электрический заряд.